

TI

N. Journet

Quelques  
applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une  
image ?

Chaîne de  
traitements

# Introduction au traitement d'images

## Transformation d'images

Nicholas Journet

12 janvier 2011

# Plan

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

- ▶ Transformations 2D (translation, rotation, homothétie)
- ▶ Morpho-math
- ▶ Convolution

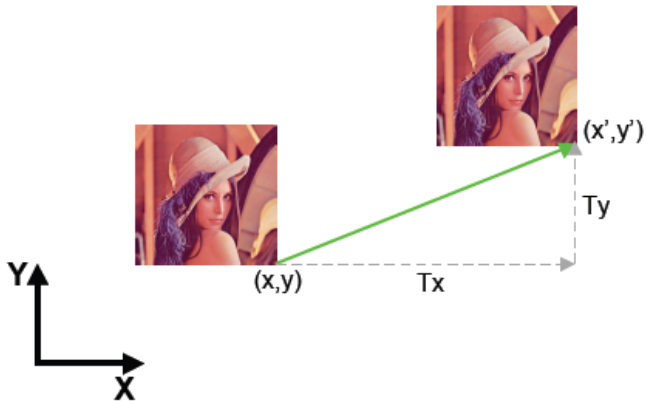
# Bibliographie

- ▶ Cours de traitement d'images Elise Arnaud - Edmond Boyer Université Joseph Fourier
- ▶ Cours de traitement d'images Alain Boucher
- ▶ Cours de traitement d'images T Guyer Université de Chambéry
- ▶ Cours de traitement d'images Caroline ROUGIER université de Montréal
- ▶ Analyse d'images : filtrage et segmentation (Edition Broché) - Cocquerez
- ▶ Cours de traitement d'images V Eglin INSA de Lyon
- ▶ Cours de traitement d'images JC Burie Université de La Rochelle

# Translation

$$x' = x + T_x \text{ et } y' = y + T_y$$

Avec  $T_x$  et  $T_y$  sont les déplacements en x et en y de la translation



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

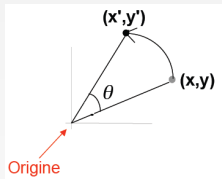
Chaîne de traitements

# Rotation autour de l'origine

$$x' = x \cos(\theta) - y \sin(\theta)$$

$$y' = y \cos(\theta) + x \sin(\theta)$$

avec  $\theta$  le sens de l'angle de rotation dans le sens positif.



Démonstration :

Par définition  $x = r \cos(a)$  et  $y = r \sin(a)$

Après rotation d'angle  $\theta$  :

$$x' = r \cos(a + \theta) \text{ et } y' = r \sin(a + \theta)$$

$$x' = r \cos(a) \cos(\theta) - r \sin(a) \sin(\theta)$$

$$y' = r \cos(a) \sin(\theta) + r \sin(a) \cos(\theta)$$

et comme :  $x = r \cos(a)$  et  $y = r \sin(a)$

$$x' = x \cos(\theta) - y \sin(\theta)$$

$$y' = y \cos(\theta) + x \sin(\theta)$$

# Rotation - remarque

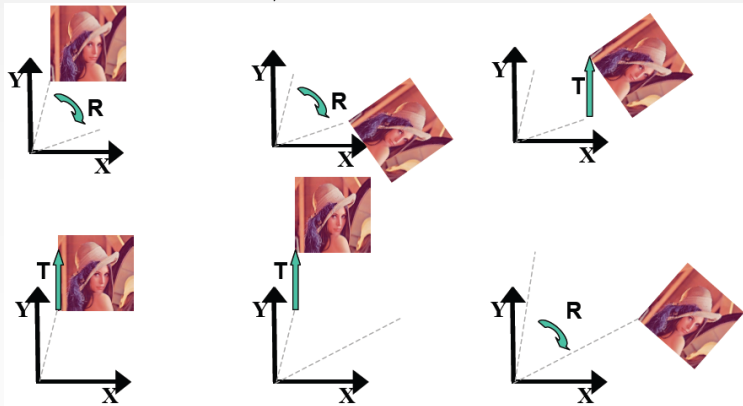
Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

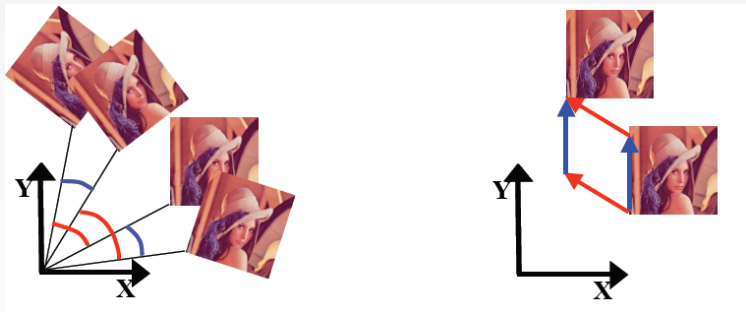
Les transformations ne sont pas commutatives  
rotation o translation  $\neq$  translation o rotation



## Rotation - remarque

Par contre, on peut inverser 2 rotations et 2 translations :

- ▶  $\text{Rotation1} \circ \text{Rotation2} = \text{Rotation2} \circ \text{Rotation1}$
- ▶  $\text{Translation1} \circ \text{Translation2} = \text{Translation2} \circ \text{Translation1}$



# Homothétie

Changement d'échelle par rapport à l'origine.

$$x' = S_x \cdot x$$

$$y' = S_y \cdot y$$

Avec  $S_x$  et  $S_y$  sont les facteurs d'agrandissement ou de réduction. cf. Cours précédent.



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

## Réflexion par rapport aux axes (flip, miroir)



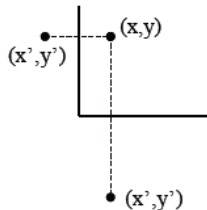
$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$



Flip



Miroir



# Représentation matricielle

$$\text{Rotation : } \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = y \cos \theta + x \sin \theta \end{cases} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\text{Mise à l'échelle : } \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow x' = S_x \cdot x \text{ et } y' = S_y \cdot y$$

$$\text{Translation : } \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \rightarrow \text{Représentation matricielle}$$

impossible.  $\rightarrow$  On utilise les coordonnées homogènes

# Représentation Matricielle

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

Coordonnées homogènes (on ajoute une dimension) :  
 $(x, y) \rightarrow (x, y, 1)$  Exemple de la translation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x' = x + T_x$$

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

Changement d'échelle

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotation :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

## Composition de transformations

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

$$T_1(T_{x_1}, T_{y_1}) \cdot T_2(T_{x_2}, T_{y_2}) = T_3(T_{x_1} + T_{x_2}, T_{y_1} + T_{y_2})$$

$$S_1(S_{x_1}, S_{y_1}) \cdot S_2(S_{x_2}, S_{y_2}) = S_3(S_{x_1} \cdot S_{x_2}, S_{y_1} \cdot S_{y_2})$$

$$R_1(\theta_1) \cdot R_2(\theta_2) = R_3(\theta_1 + \theta_2)$$

$$M_{st} = S(S_x, S_y) \cdot T(T_x, T_y) = \begin{bmatrix} S_x & 0 & S_x \cdot T_x \\ 0 & S_y & S_y \cdot T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

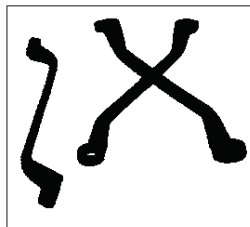
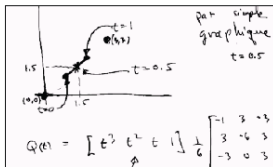
## Rappel images binaires

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

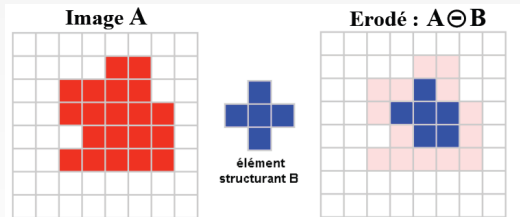


# Erosion

Soit  $B$  un élément structurant et  $B_x$  l'élément positionné sur le pixel  $x$ .

Algorithme :

On positionne l'origine de  $B$  en chaque pixel  $x$  de l'objet  $A$ .  
Si tous les pixels de  $B$  font partie de l'objet  $A$ , alors l'origine de  $B$  appartient à l'érodé



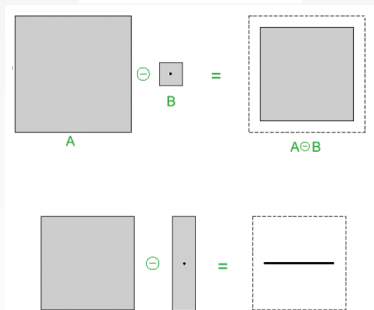
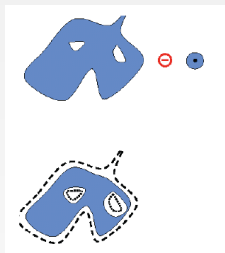
## Erosion exemple

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements



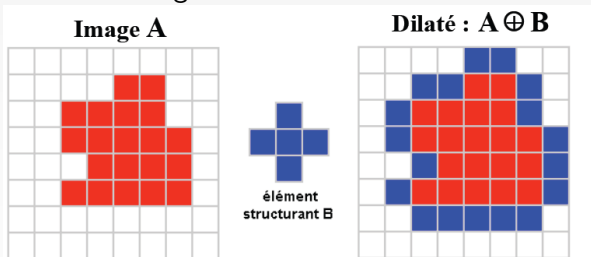


# Dilatation

Soit  $B$  un élément structurant et  $B_x$  l'élément positionné sur le pixel  $x$ .

Algorithme :

On positionne l'origine de  $B$  en chaque pixel  $x$  de l'objet  $A$ .  
Si l'intersection de  $B$  et de  $A$  est non vide, alors l'origine de  $B$  appartient à l'image dilatée



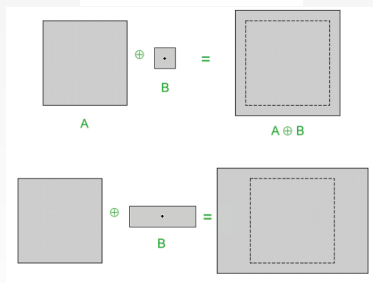
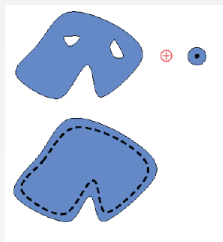
## Dilatation exemple

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements



## Ouverture

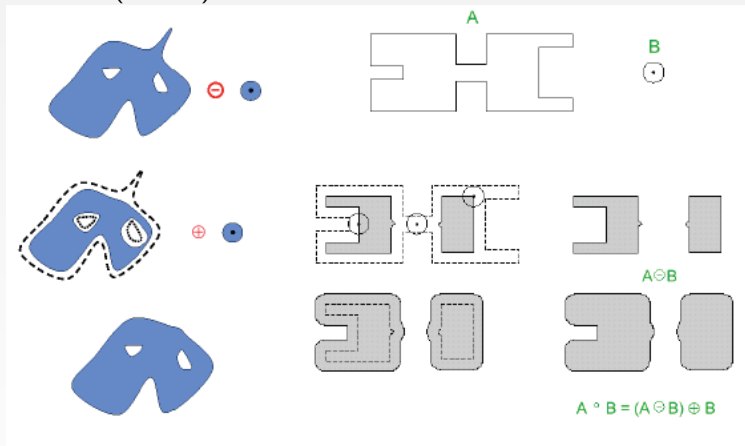
Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$



## Fermeture

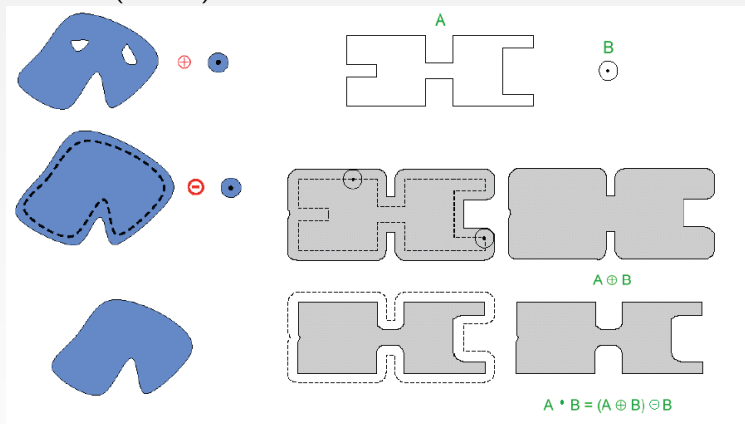
Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$



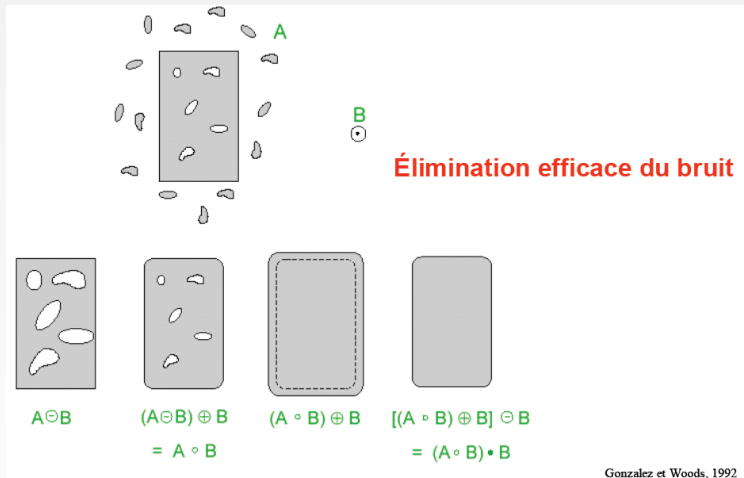
## Élimination du bruit

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements



# Element structurant

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

Importance de l'élément structurant :



Dilatations



Dilatations



Erosions



Erosions

# Modification des valeurs d'une image

Quelques applications

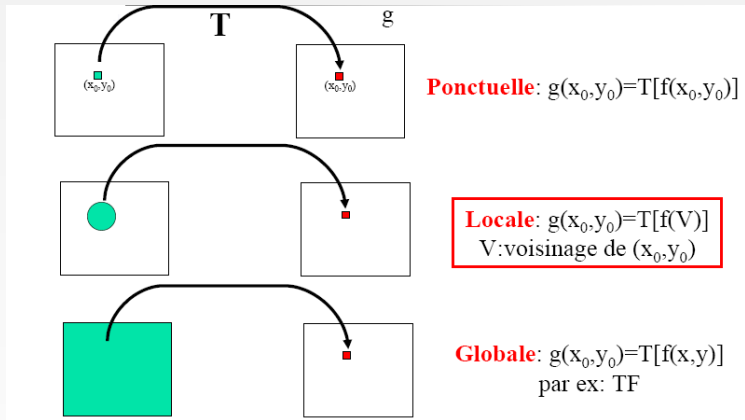
Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression  
Histogramme

Chaîne de traitements



# Convolution exemple

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression  
Histogramme

Chaîne de traitements



Image d'origine

\*



=



Image convoluée (résultat)



## Convolution exemple

- ▶ En pratique (cas discret), la convolution numérique d'une image se fera par une somme de produits.
- ▶ Un filtre de convolution est une matrice généralement (mais pas toujours) de taille impaire et symétrique (mais pas toujours).

Convolution d'une image par un filtre 2D :

$$I'(i, j) = I(i, j) \cdot \text{filtre}(i, j)$$

$$I'(i, j) = \sum_u \sum_v I(i - u, j - v) \cdot \text{filtre}(u, v)$$

# Convolution détail

Quelques applications

Vision humaine

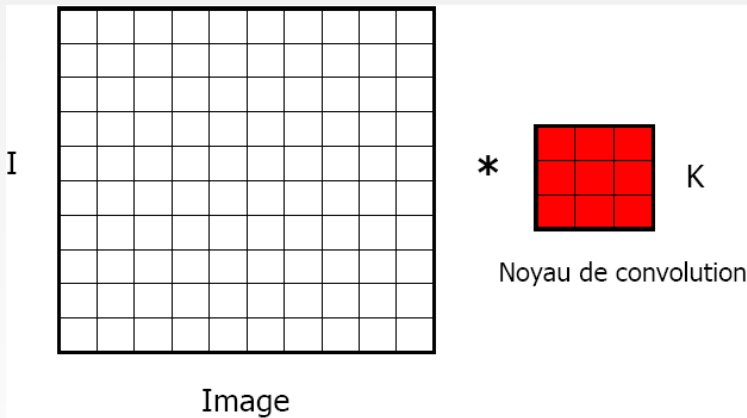
Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements



## Convolution détail

Quelques applications

Vision humaine

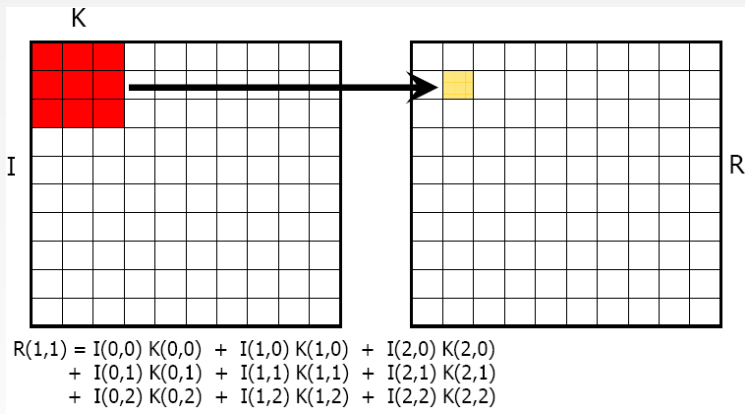
Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

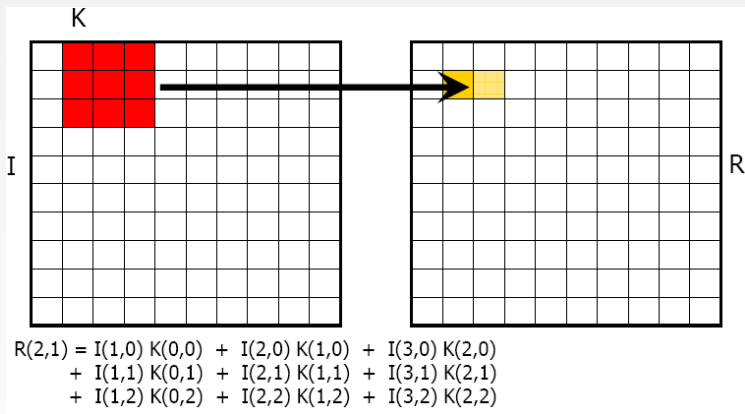
Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

## Convolution détail



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

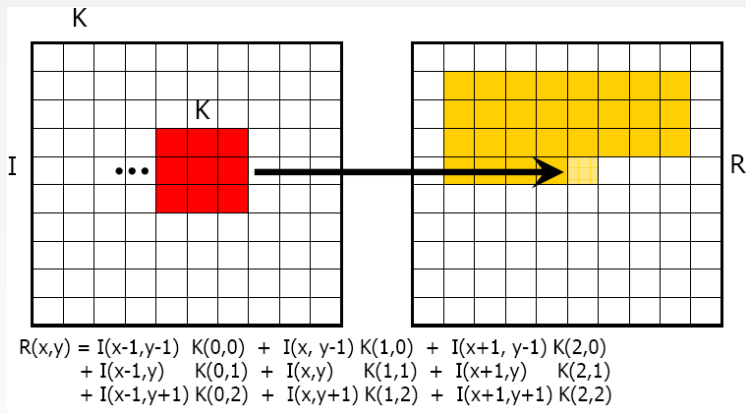
Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

## Convolution détail



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

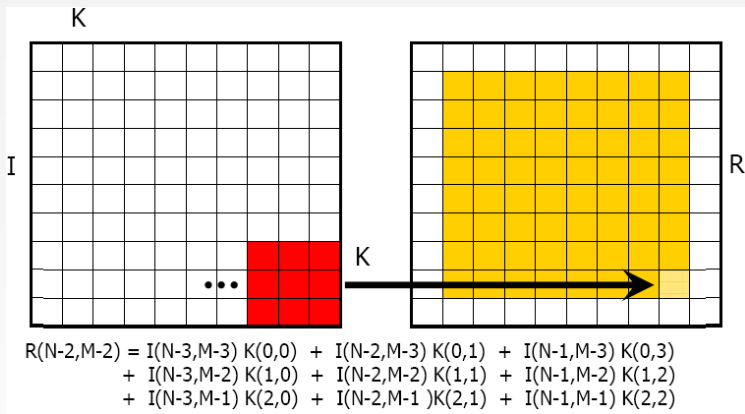
Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

## Convolution détail





# Masque de convolution

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression  
Histogramme

Chaîne de traitements

- ▶ Le masque de convolution représente un filtre linéaire permettant de modifier l'image
- ▶ On divisera le résultat de la convolution par la somme des coefficients du masque
- ▶ C'est pour éviter de modifier la luminance globale de l'image que la somme des coefficients doit être égale à 1



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

## Exemples de filtres

- ▶ Filtres passe-bas : Atténue le bruit et les détails (impression de lissage)
- ▶ Filtres passe-haut : Accentue les détails et les contours (impression d'accentuation)



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

## Le filtre moyeneur

- ▶ Le filtre moyeneur
  - ▶ Permet de lisser l'image (smoothing)
  - ▶ Remplace chaque pixel par la valeur moyenne de ses voisins
  - ▶ Réduit le bruit
  - ▶ Réduit les détails non-important
  - ▶ Brouille ou rend floue l'image (blur edges)
- ▶ Filtre dont tous les coefficients sont égaux
- ▶ Exemple de filtres moyeneurs :

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

ou 1/9

1	1	1
1	1	1
1	1	1

3x3

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

5x5

# Filtre moyenneur : exemple

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers  
Interprétation mathématique et compression  
Histogramme

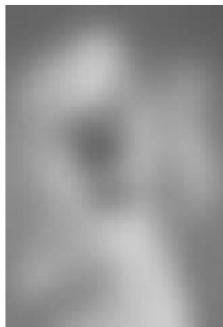
Chaîne de traitements



Original



Moyenne 5x5



Moyenne 11x11

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

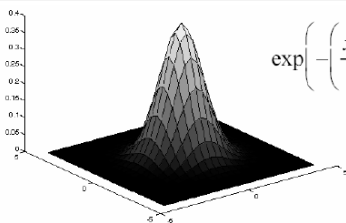
Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

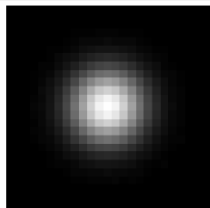
## Le filtre Gaussien

Le filtre gaussien donnera un meilleur lissage et une meilleure réduction du bruit que le filtre moyenne.



*Fonction gaussienne en 3D*

$$\exp\left(-\left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)\right)$$



*Image d'une gaussienne*

$$\frac{1}{98} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 8 & 6 & 2 \\ 3 & 8 & 10 & 8 & 3 \\ 2 & 6 & 8 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

# Filtre Gaussien : exemple

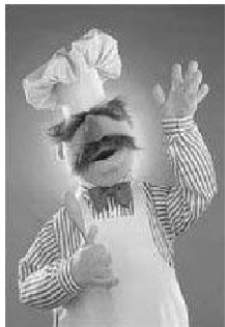
Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers  
Interprétation mathématique et compression  
Histogramme

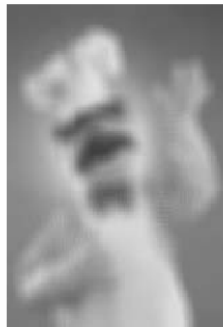
Chaîne de traitements



Original



Gauss 5x5

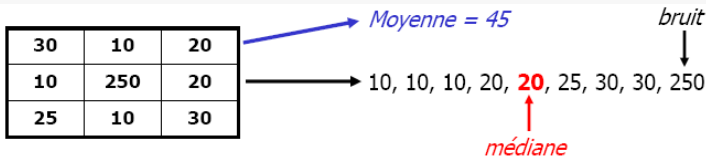


Gauss 11x11

## Filtre médian (non linéaire)

Pour nettoyer le bruit dans une image, il existe mieux que le filtre moyenneur ou le filtre gaussien

- ▶ Il s'agit du filtre médian
- ▶ C'est un filtre non-linéaire, qui ne peut pas s'implémenter comme un produit de convolution
- ▶ On remplace la valeur d'un pixel par la valeur médiane dans son voisinage  $N \times N$



# Filtre median : exemple

Quelques applications

Vision humaine

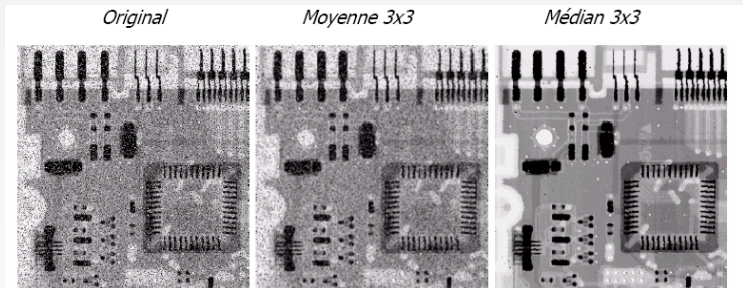
Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements



a b c

**FIGURE 3.37** (a) X-ray image of circuit board corrupted by salt-and-pepper noise. (b) Noise reduction with a  $3 \times 3$  averaging mask. (c) Noise reduction with a  $3 \times 3$  median filter. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

# Nettoyage du bruit dans une image

Quelques applications

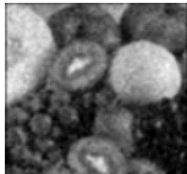
Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

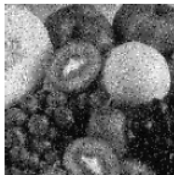
Notions de base  
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression  
Histogramme

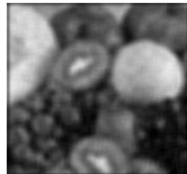
Chaîne de traitements



3 X 3 Moyenne



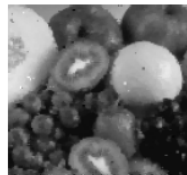
Bruit "poivre et sel"



5 X 5 Moyenne



7 X 7 Moyenne



Filtre médian