

TI

N. Journet

Quelques
applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une
image ?

Chaîne de
traitements

Introduction au traitement d'images

Transformation d'images

Nicholas Journet

12 janvier 2011

Quelques
applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une
image ?

Chaîne de
traitements

- ▶ Transformations 2D (translation, rotation, homothétie)
- ▶ Morpho-math
- ▶ Convolution

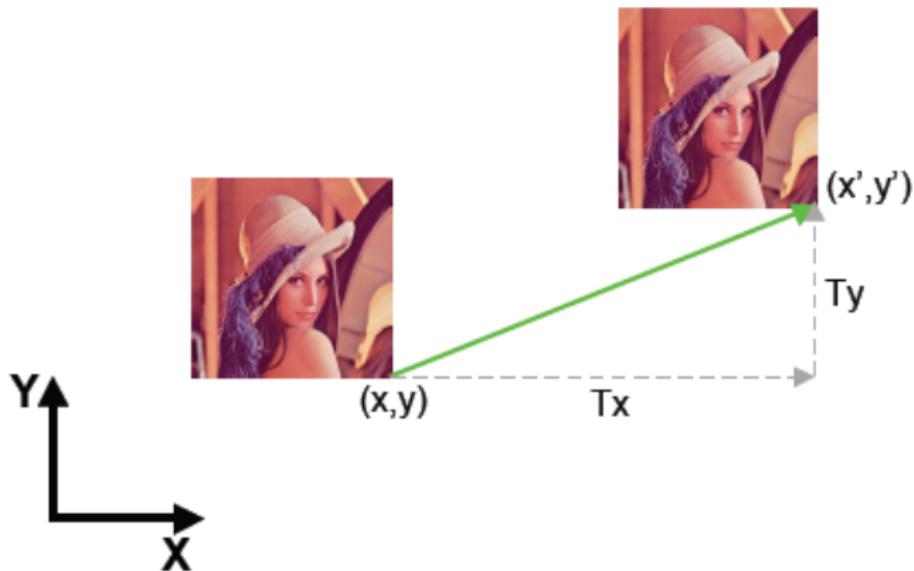
Bibliographie

- ▶ Cours de traitement d'images Elise Arnaud - Edmond Boyer Université Joseph Fourier
- ▶ Cours de traitement d'images Alain Boucher
- ▶ Cours de traitement d'images T Guyer Université de Chambéry
- ▶ Cours de traitement d'images Caroline ROUGIER université de Montréal
- ▶ Analyse d'images : filtrage et segmentation (Edition Broché) - Cocquerez
- ▶ Cours de traitement d'images V Eglin INSA de Lyon
- ▶ Cours de traitement d'images JC Burie Université de La Rochelle

Translation

$$x' = x + T_x \text{ et } y' = y + T_y$$

Avec T_x et T_y sont les déplacements en x et en y de la translation



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

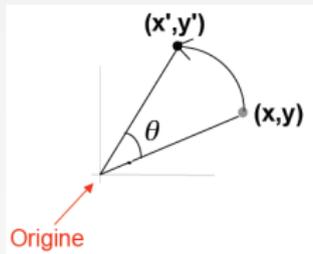
Chaîne de traitements

Rotation autour de l'origine

$$x' = x \cos(\theta) - y \sin(\theta)$$

$$y' = y \cos(\theta) + x \sin(\theta)$$

avec θ le sens de l'angle de rotation dans le sens positif.



Démonstration :

Par définition $x = r \cos(a)$ et $y = r \sin(a)$

Après rotation d'angle θ :

$$x' = r \cos(a + \theta) \text{ et } y' = r \sin(a + \theta)$$

$$x' = r \cos(a) \cos(\theta) - r \sin(a) \sin(\theta)$$

$$y' = r \cos(a) \sin(\theta) + r \sin(a) \cos(\theta)$$

et comme : $x = r \cos(a)$ et $y = r \sin(a)$

$$x' = x \cos(\theta) - y \sin(\theta)$$

$$y' = y \cos(\theta) + x \sin(\theta)$$

Rotation - remarque

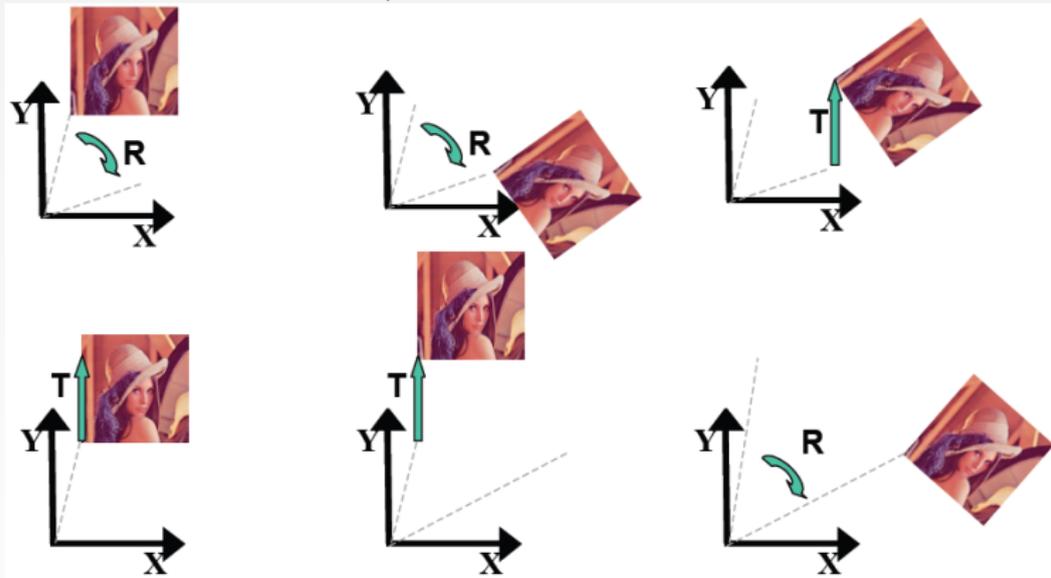
Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

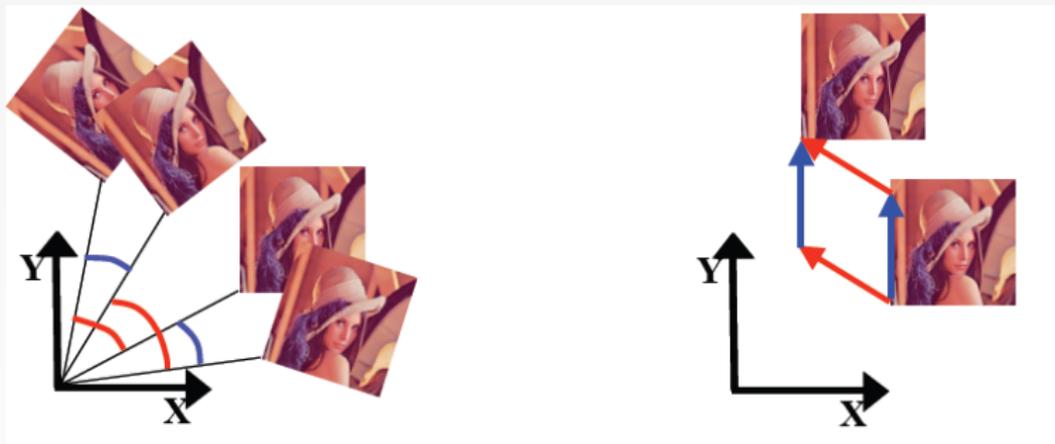
Les transformations ne sont pas commutatives
rotation o translation \neq translation o rotation



Rotation - remarque

Par contre, on peut inverser 2 rotations et 2 translations :

- ▶ $\text{Rotation1} \circ \text{Rotation2} = \text{Rotation2} \circ \text{Rotation1}$
- ▶ $\text{Translation1} \circ \text{Translation2} = \text{Translation2} \circ \text{Translation1}$



Homothétie

Changement d'échelle par rapport à l'origine.

$$x' = S_x \cdot x$$

$$y' = S_y \cdot y$$

Avec S_x et S_y sont les facteurs d'agrandissement ou de réduction. cf. Cours précédent.

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

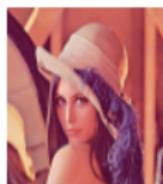
Réflexion par rapport aux axes (flip, miroir)



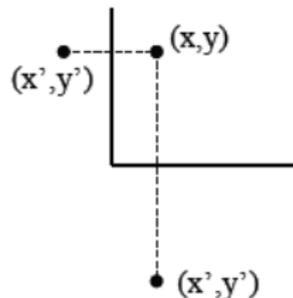
$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$



Flip



Miroir



Représentation matricielle

$$\text{Rotation : } \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = y \cos \theta + x \sin \theta \end{cases} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\text{Mise à l'échelle : } \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow x' = S_x \cdot x \text{ et } y' = S_y \cdot y$$

$$\text{Translation : } \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \rightarrow \text{Représentation matricielle}$$

impossible. \rightarrow On utilise les coordonnées homogènes

Représentation Matricielle

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

Coordonnées homogènes (on ajoute une dimension) :
 $(x, y) \rightarrow (x, y, 1)$ Exemple de la translation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x' = x + T_x$$

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

Changement d'échelle

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotation :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Composition de transformations

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

$$T_1(T_{x_1}, T_{y_1}) \cdot T_2(T_{x_2}, T_{y_2}) = T_3(T_{x_1} + T_{x_2}, T_{y_1} + T_{y_2})$$

$$S_1(S_{x_1}, S_{y_1}) \cdot S_2(S_{x_2}, S_{y_2}) = S_3(S_{x_1} \cdot S_{x_2}, S_{y_1} \cdot S_{y_2})$$

$$R_1(\theta_1) \cdot R_2(\theta_2) = R_3(\theta_1 + \theta_2)$$

$$M_{st} = S(S_x, S_y) \cdot T(T_x, T_y) = \begin{bmatrix} S_x & 0 & S_x \cdot T_x \\ 0 & S_y & S_y \cdot T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

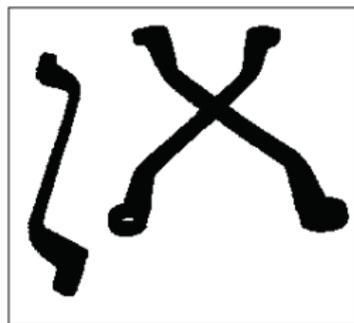
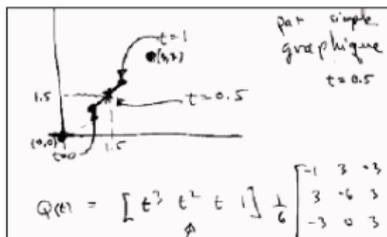
Rappel images binaires

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

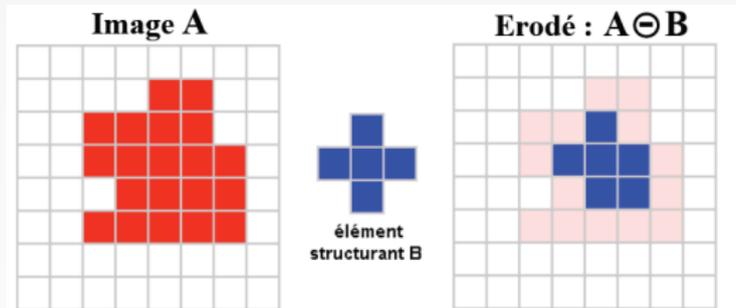


Erosion

Soit B un élément structurant et B_x l'élément positionné sur le pixel x .

Algorithme :

On positionne l'origine de B en chaque pixel x de l'objet A .
Si tous les pixels de B font partie de l'objet A , alors l'origine de B appartient à l'érodé



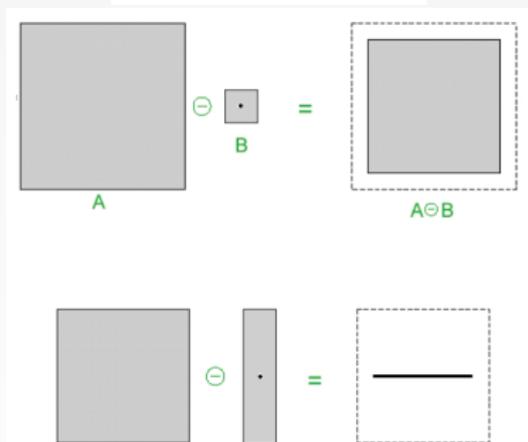
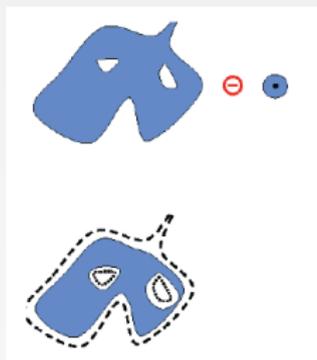
Erosion exemple

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

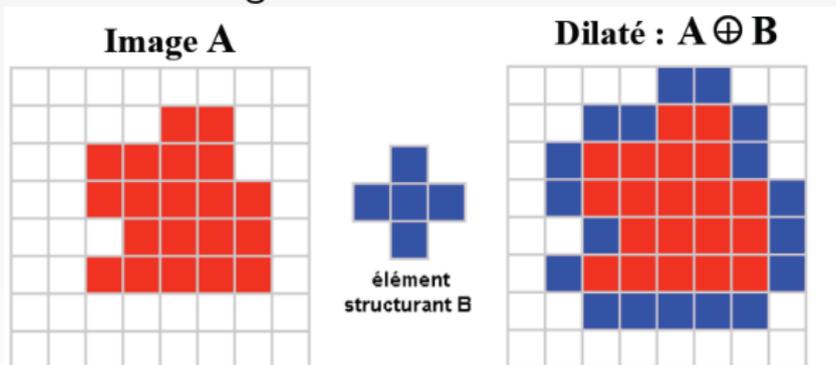


Dilatation

Soit B un élément structurant et B_x l'élément positionné sur le pixel x .

Algorithme :

On positionne l'origine de B en chaque pixel x de l'objet A .
Si l'intersection de B et de A est non vide, alors l'origine de B appartient à l'image dilatée



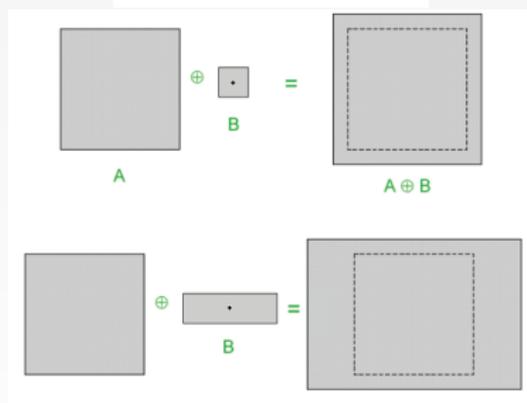
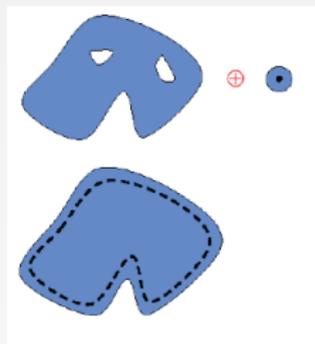
Dilatation exemple

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements



Ouverture

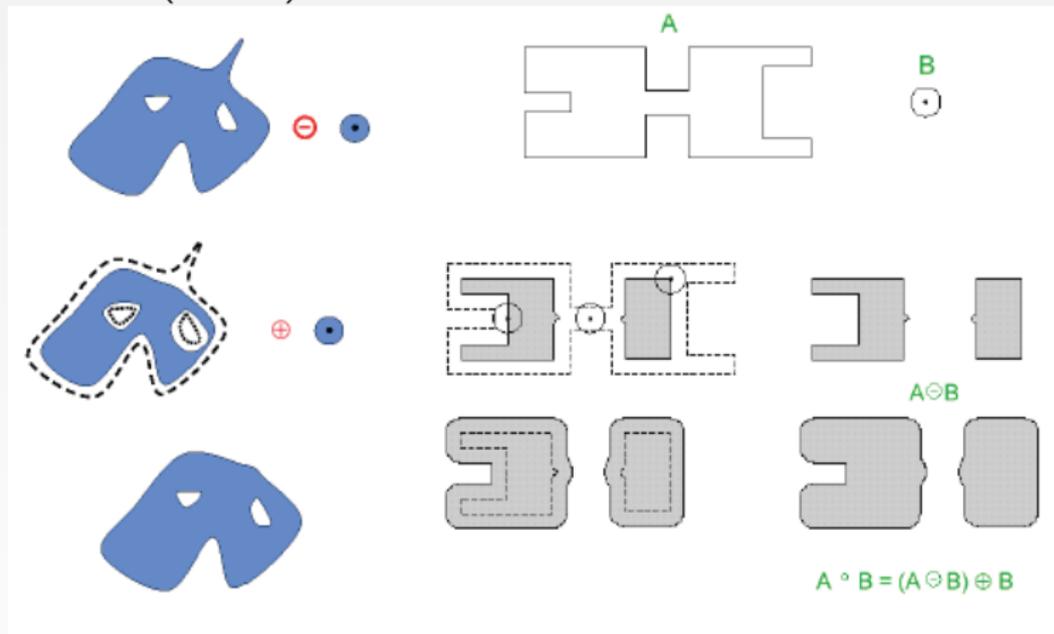
Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$



Fermeture

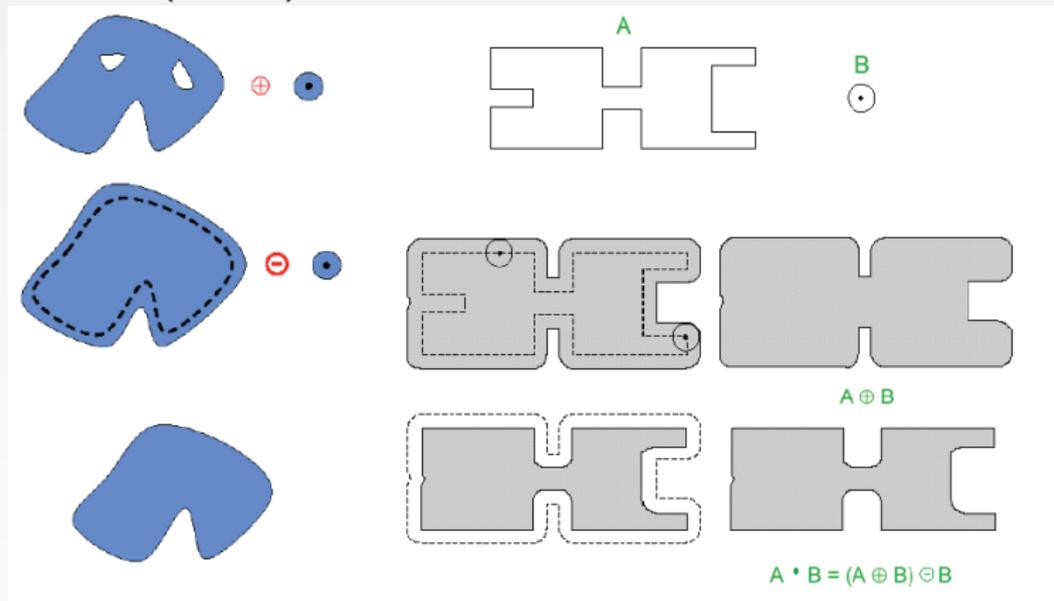
Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$



Élimination du bruit

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

Élimination efficace du bruit

$A \ominus B$

$(A \ominus B) \oplus B$
= $A \circ B$

$(A \circ B) \oplus B$

$[(A \circ B) \oplus B] \ominus B$
= $(A \circ B) \bullet B$

Gonzalez et Woods, 1992

Element structurant

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Chaîne de traitements

Importance de l'élément structurant :



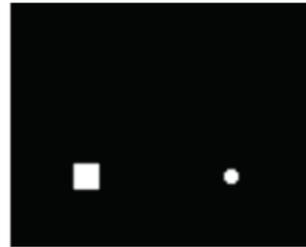
Dilatations



Dilatations



Erosions



Erosions

Modification des valeurs d'une image

Quelques applications

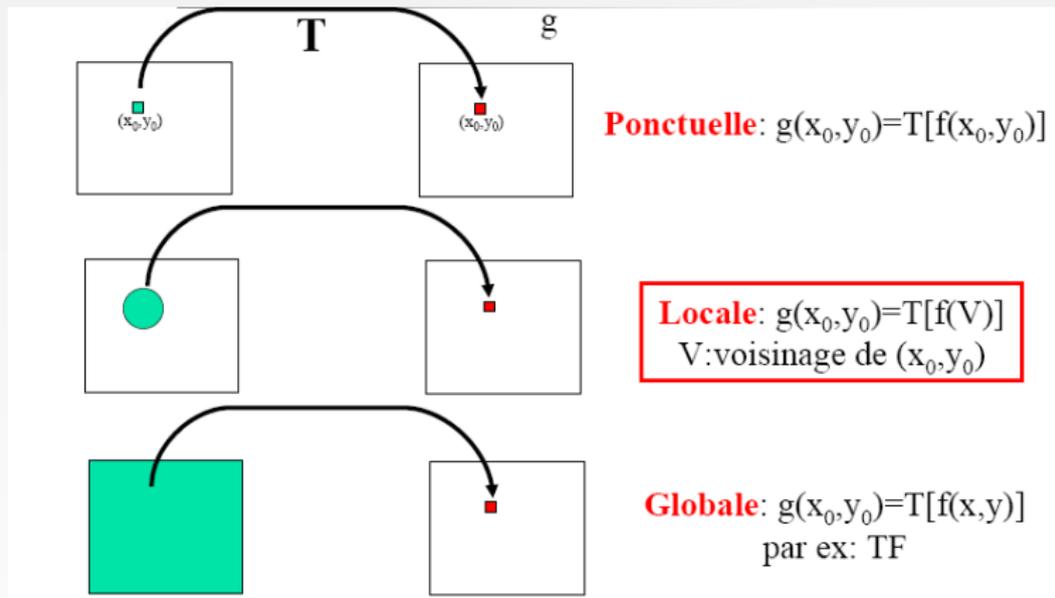
Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression
Histogramme

Chaîne de traitements



Convolution exemple

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression
Histogramme

Chaîne de traitements



Image d'origine

*



=



Filtre de convolution
(masque)

Image convoluée
(résultat)

Convolution exemple

- ▶ En pratique (cas discret), la convolution numérique d'une image se fera par une somme de produits.
- ▶ Un filtre de convolution est une matrice généralement (mais pas toujours) de taille impaire et symétrique (mais pas toujours).

Convolution d'une image par un filtre 2D :

$$I'(i, j) = I(i, j) \cdot \text{filtre}(i, j)$$

$$I'(i, j) = \sum_u \sum_v I(i - u, j - v) \cdot \text{filtre}(u, v)$$

Convolution détail

Quelques applications

Vision humaine

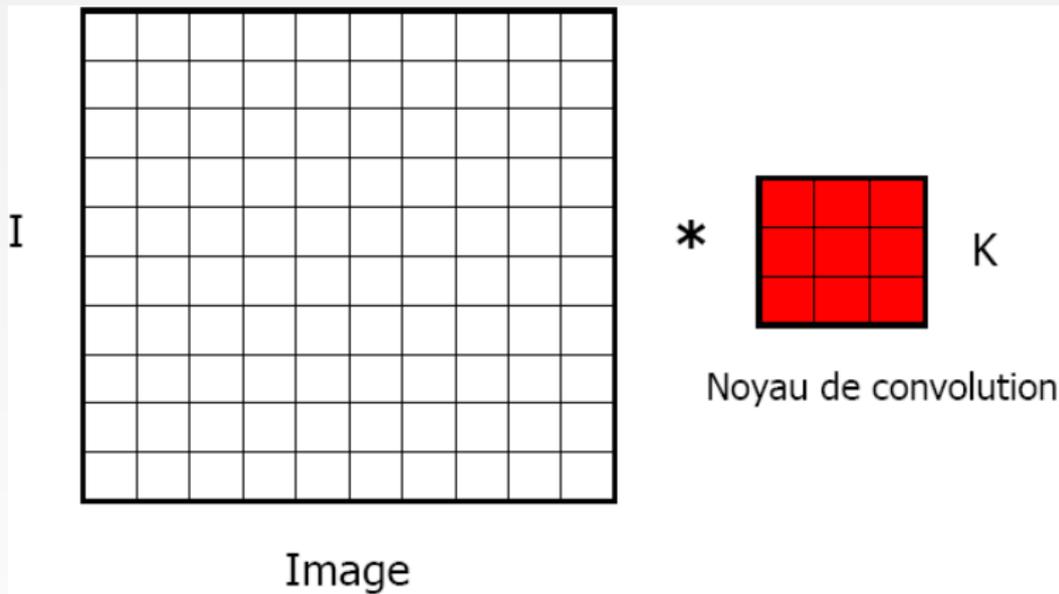
Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements



Convolution détail

Quelques applications

Vision humaine

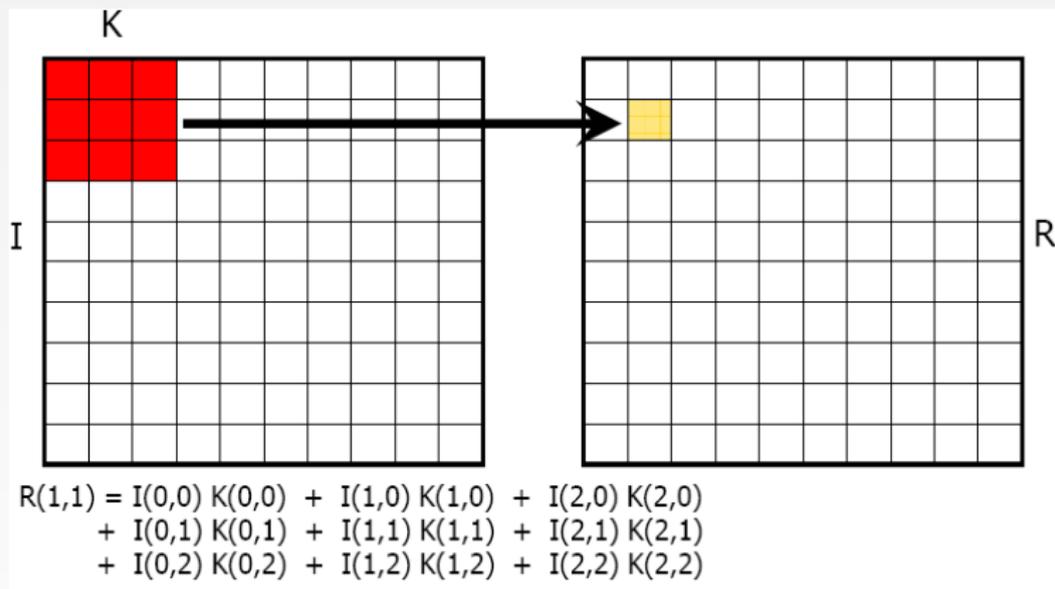
Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements



Quelques applications

Vision humaine

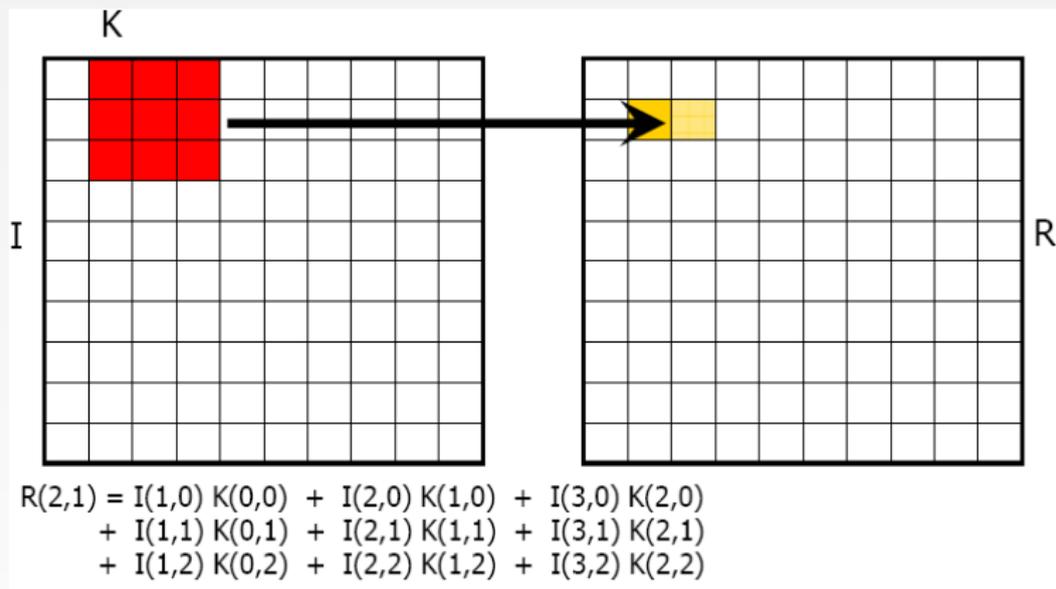
Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression
Histogramme

Chaîne de traitements

Convolution détail



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

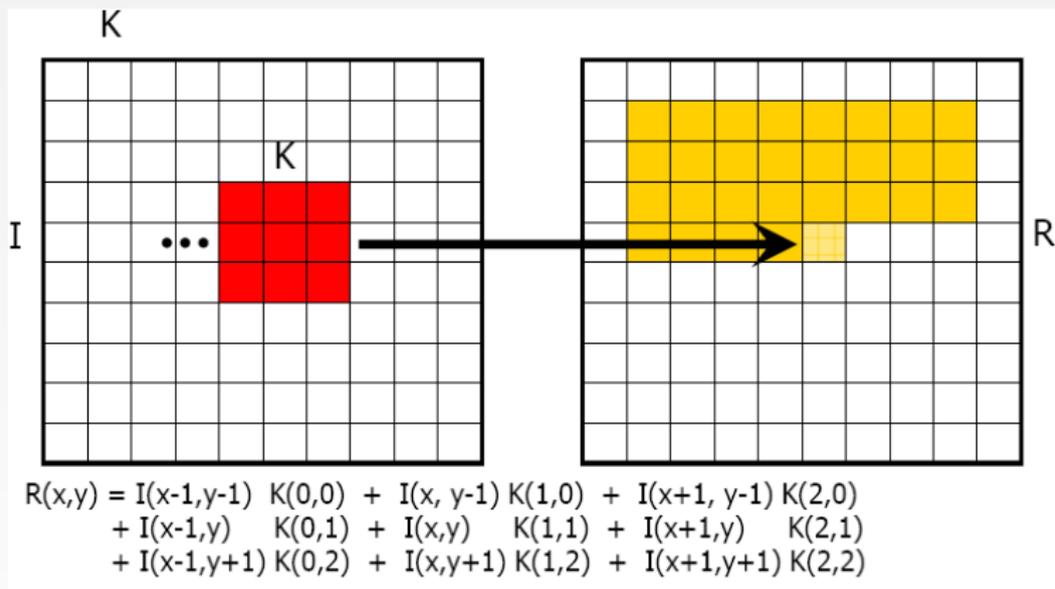
Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

Convolution détail



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

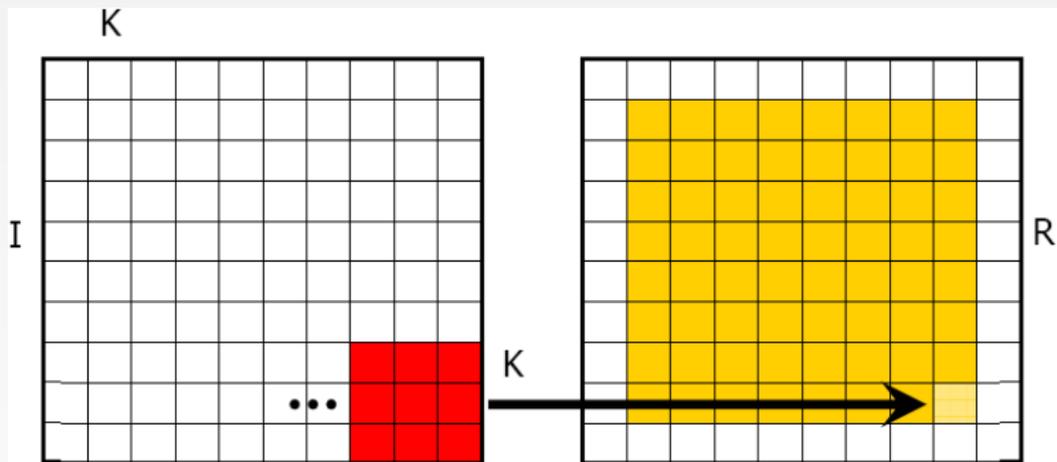
Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

Convolution détail



$$\begin{aligned}
 R(N-2, M-2) = & I(N-3, M-3) K(0,0) + I(N-2, M-3) K(0,1) + I(N-1, M-3) K(0,3) \\
 & + I(N-3, M-2) K(1,0) + I(N-2, M-2) K(1,1) + I(N-1, M-2) K(1,2) \\
 & + I(N-3, M-1) K(2,0) + I(N-2, M-1) K(2,1) + I(N-1, M-1) K(2,2)
 \end{aligned}$$

Masque de convolution

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression
Histogramme

Chaîne de traitements

- ▶ Le masque de convolution représente un filtre linéaire permettant de modifier l'image
- ▶ On divisera le résultat de la convolution par la somme des coefficients du masque
- ▶ C'est pour éviter de modifier la luminance globale de l'image que la somme des coefficients doit être égale à 1

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

Exemples de filtres

- ▶ Filtres passe-bas : Atténue le bruit et les détails (impression de lissage)
- ▶ Filtres passe-haut : Accentue les détails et les contours (impression d'accentuation)



Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

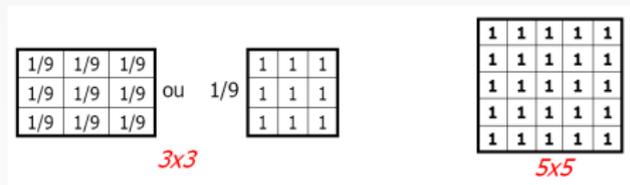
Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

Le filtre moyeneur

- ▶ Le filtre moyeneur
 - ▶ Permet de lisser l'image (smoothing)
 - ▶ Remplace chaque pixel par la valeur moyenne de ses voisins
 - ▶ Réduit le bruit
 - ▶ Réduit les détails non-important
 - ▶ Brouille ou rend floue l'image (blur edges)
- ▶ Filtre dont tous les coefficients sont égaux
- ▶ Exemple de filtres moyeneurs :



Filtre moyeneur : exemple

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers
Interprétation mathématique et compression
Histogramme

Chaîne de traitements



Original



Moyenne 5x5



Moyenne 11x11

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

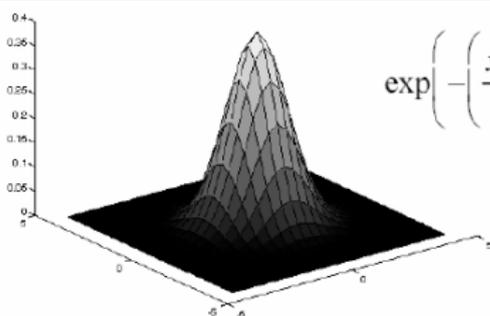
Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements

Le filtre Gaussien

Le filtre gaussien donnera un meilleur lissage et une meilleure réduction du bruit que le filtre moyenne.



Fonction gaussienne en 3D

$$\exp\left(-\left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)\right)$$

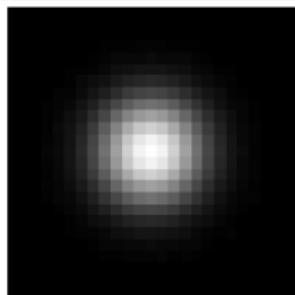


Image d'une gaussienne

$$\frac{1}{98} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 8 & 6 & 2 \\ 3 & 8 & 10 & 8 & 3 \\ 2 & 6 & 8 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtre Gaussien : exemple

Quelques applications

Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers
Interprétation mathématique et compression
Histogramme

Chaîne de traitements



Original



Gauss 5x5

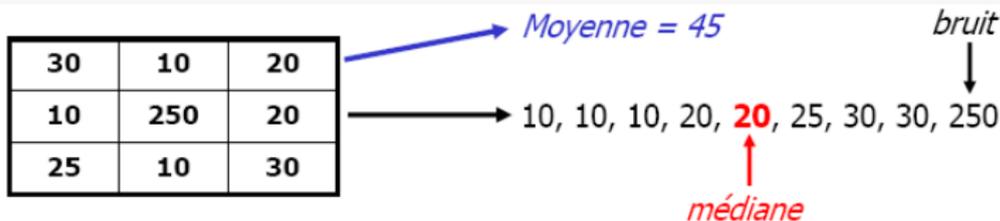


Gauss 11x11

Filtre médian (non linéaire)

Pour nettoyer le bruit dans une image, il existe mieux que le filtre moyenneur ou le filtre gaussien

- ▶ Il s'agit du filtre médian
- ▶ C'est un filtre non-linéaire, qui ne peut pas s'implémenter comme un produit de convolution
- ▶ On remplace la valeur d'un pixel par la valeur médiane dans son voisinage $N \times N$



Filtre median : exemple

Quelques applications

Vision humaine

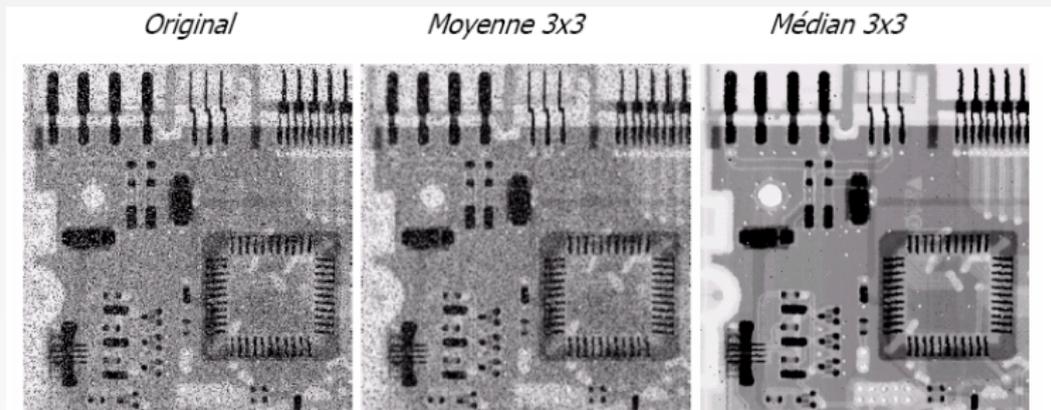
Qu'est-ce qu'une image ?

Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression

Histogramme

Chaîne de traitements



a b c

FIGURE 3.37 (a) X-ray image of circuit board corrupted by salt-and-pepper noise. (b) Noise reduction with a 3×3 averaging mask. (c) Noise reduction with a 3×3 median filter. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

Nettoyage du bruit dans une image

Quelques applications

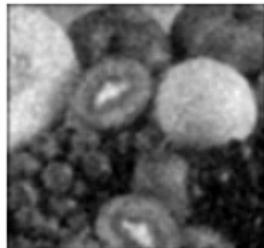
Vision humaine

Qu'est-ce qu'une image ?

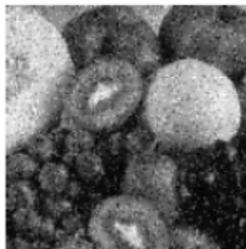
Notions de base
Codage de l'information et de formats de fichiers

Interprétation mathématique et compression
Histogramme

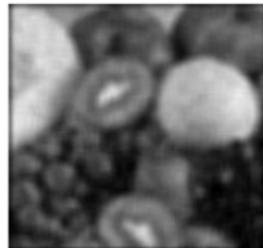
Chaîne de traitements



3 X 3 Moyenne



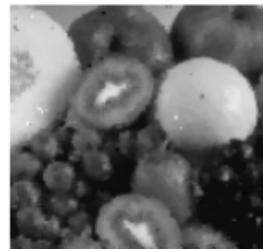
Bruit "poivre et sel"



5 X 5 Moyenne



7 X 7 Moyenne



Filtre médian